



# Niepewność pomiaru Czym jest i jak ją liczyć?



**ARTUR GRZESICZAK**

W Introlu pracuje od 2005 roku na stanowisku starszy specjalista ds. pomiarów w Laboratorium Pomiarowym.

tel. 32 789 01 09

*Niepewność pomiaru to pojęcie, z którym styka się każdy użytkownik aparatury pomiarowej. Pojęcie to, choć wprowadzone zostało już w latach 90., jest często mylone z niedokładnością lub błędem pomiarowym. Przybliżmy więc zagadnienie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu, omawiając go na przykładzie pomiaru wilgotności względnej.*



## CZYM JEST NIEPEWNOŚĆ POMIARU?

Niepewność pomiaru to nieujemny parametr charakteryzujący rozproszenie wartości wielkości przyporządkowany do menzurandu (wielkość która ma być zmierzona) obliczony na podstawie uzyskanej informacji. Jest to pojęcie z zalecanego od 1993 roku przez międzynarodowe organizacje standaryzacyjne sposobu wyznaczania wyniku pomiaru zwanego rachunkiem (teorią) niepewności. Niepewność oznacza parametr związany z wartościami (serią) pomiaru danej wielkości fizycznej w stałych warunkach, które można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej. Parametr ten (niepewność) charakteryzuje rozrzut wartości w przedziale, wewnątrz którego można z zadowalającym prawdopodobieństwem usytuować wartość wielkości mierzonej. Niepewność pomiaru wynika z tego, że pomiar zawsze jest w jakimś stopniu niedokładny. Nie wynika to tylko z niedoskonałości aparatury i zmysłów obserwatora, ale jest po prostu nieodłączną cechą każdego pomiaru.

Zdając sobie sprawę z tego, że jakaś niepewność występuje zawsze, w celu zapewnienia najlepszej dokładności prowadzonych wzorcowań należy

ją analizować. Analiza niepewności pomiaru – często nazywana również budżetem niepewności pomiaru – powinna zawierać listę wszystkich źródeł niepewności występujących podczas pomiaru wraz z przypisanymi im niepewnościami standardowymi, jak również metodami ich oceny. W przypadku pomiarów powtarzanych należy podać również liczbę „ $n$ ”-tych obserwacji. W celu zapewnienia przejrzystości zalecane jest przedstawienie danych istotnych dla tej analizy w formie tabeli. Wszystkie wielkości w tabeli należy przedstawić w formie symboli fizycznych „ $X_i$ ” lub skrótowego znaku identyfikacyjnego. Dla każdej wielkości w tabeli powinny być wyspecyfikowane co najmniej: estymata „ $x_i$ ”, związana z nią niepewność standardowa „ $u(x_i)$ ”, współczynnik wrażliwości „ $c_i$ ” oraz różne składniki niepewności „ $u_i(y)$ ”. Wartości liczbowe każdej wielkości powinny być podane w tabeli wraz z odpowiednimi jednostkami miary.



## RODZAJE NIEPEWNOŚCI

W praktyce metrologicznej stosujemy 3 rodzaje niepewności, przy czym na świadectwie wzorcowania podaje się tylko niepewność rozszerzoną. Jest ona powiązana z dwoma innymi niepewnościami.

- Niepewność standardowa – niepewność pomiaru wyrażona odchyleniem standardowym.
- Niepewność standardowa złożona – standardowa niepewność pomiaru otrzymana z wykorzystaniem poszczególnych standardowych niepewności pomiaru związanych z wielkościami wejściowymi w modelu pomiaru.
- Niepewność rozszerzona – iloczyn standardowej niepewności pomiaru złożonej i współczynnika rozszerzenia większego niż jeden.



## RÓWNANIE POMIARU

Aby otrzymać jakąkolwiek niepewność standardową, należy najpierw stworzyć równanie pomiaru. Tutaj podeprzyjmy się przykładem z naszego laboratorium - dla równania pomiaru w zakresie wilgotności względnej.

Postaramy się wytłumaczyć równanie pomiaru dla wilgotności względnej łącznie z wyjaśnieniem poszczególnych składników.

Na początku trzeba stworzyć równanie pomiaru dla wilgotności względnej, po którym to



Rysunek 1  
Komora klimatyczna Vötsch

będziemy mogli wyprowadzić wzór na niepewność pomiaru.

$$\Delta rh = rh_s - rh_k$$

$\Delta rh$  – błąd wskazań przyrządu wzorcowanego [%rh],

$rh_s$  – wartość wilgotności względnej wyznaczona za pomocą przyrządu wzorcowanego [%rh],

$rh_k$  – wartość wilgotności względnej wyznaczona za pomocą wzorca roboczego [%rh].

Następnym krokiem jest wyznaczanie wilgotności względnej wzorcowania.

$$rh_k = rh_{s.r.k.} + \delta rh_{u.k.} + \delta rh_{dr.k.} + \delta rh_{o.k.} + \delta rh_{r.k.}$$

$rh_{s.r.k.}$  – uśredniona wartość wilgotności względnej wyznaczona wzorcem roboczym [%rh],

$\delta rh_{u.k.}$  – poprawka stwierdzona podczas wzorcowania wzorca roboczego [%rh],

$\delta rh_{dr.k.}$  – poprawka związana z dryfem wzorca roboczego [%rh],

$\delta rh_{o.k.}$  – poprawka związana z rozdzielczością (odczytem) wzorca roboczego [%rh],

$\delta rh_{r.k.}$  – poprawka związana z rozkładem wilgotności względnej w komorze generatora [%rh].

Potem wyznaczamy wilgotność względną przez przyrząd wzorcowany.

$$rh_s = rh_{s.r.s.} + \delta rh_{o.s.}$$

$rh_{s.r.s.}$  – uśredniona wartość wilgotności względnej wyznaczona przez przyrząd wzorcowany,

$\delta rh_{o.s.}$  – poprawka związana z rozdzielczością (odczytem) przyrządu wzorcowanego [%rh],

Z powyższych składowych możemy wyprowadzić całe równanie pomiaru dla wilgotności względnej:

$$\Delta rh = rh_{s.r.s.} + \delta rh_{o.s.} - (rh_{s.r.k.} + \delta rh_{u.k.} + \delta rh_{dr.k.} + \delta rh_{o.k.} + \delta rh_{r.k.})$$

Z tego wzoru możemy przejść do wyliczenia niepewności złożonej oraz niepewności rozszerzonej. Nadmienię jeszcze, że w standardowej realizacji oceny niepewności pomiaru rozszerzonej przyjmuje się poziom ufności 95% (współczynnik  $k_{95\%}$ ).

W Laboratorium Pomiarowym przeprowadza się ocenę rozszerzonej niepewności pomiaru wzorcowania czujnika wilgotności względnej i oznacza jako „U”

$$U = k \times u$$

gdzie:

$k$  – współczynnik rozszerzenia o wartości 2,

$u$  – niepewność złożona.

Niepewność złożona „u” podczas wykonywania pomiarów wilgotności względnej jest obliczana wg wzoru:

$$u_w = \sqrt{(u_1)^2 + (u_2)^2 + (u_3)^2 + (u_4)^2 + (u_5)^2 + (u_6)^2 + (u_7)^2}$$

gdzie:

$u_1$  – maksymalna niepewność z jaką wyznaczono poprawkę ze świadectwa wzorcowania wzorca roboczego ( $rh_{u.k.}$ ) [%rh], którą można wyliczyć ze wzoru:



Rysunek 2

Miernik punktu rosy marki MBW

$$u_1 = \frac{U_{\text{maksymalne ze świadectwa}}}{2}$$

$u_2$  – niepewność standardowa związana z dryfem wzorca roboczego [%rh] obliczana zgodnie ze wzorem:

$$u_2 = \frac{\text{dryf}}{\sqrt{3}}$$

\*Dryf: narastające powoli w czasie odchylenie wskazań przyrządu pomiarowego lub czujnika od prawdziwych wartości.

$u_3$  – niepewność standardowa związana z rozdzielczością wzorca roboczego [%rh], której wzór to:

$$u_3 = \frac{\text{rozdzielczość}}{2 * \sqrt{3}}$$

$u_4$  – niepewność standardowa związana z rozrzutem wskazań wzorca roboczego [%rh], którą można wyliczyć ze wzoru:

$$S(u_4) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - x_i)^2}{n(n-1)}}$$

gdzie:

$S(u_4)$  – jest odchyleniem kwadratowym średniej,

$x_{i,k}$  – jest wynikiem pojedynczego pomiaru wielkości  $x_i$ ,

$x_i$  – jest wartością średnią n pomiarów.

$u_5$  – niepewność standardowa związana z rozkładem wilgotności względnej w komorze [%rh] obliczana według wzoru:

$$u_5 = \frac{\text{rozkład w komorze}}{\sqrt{3}}$$

$u_6$  – niepewność standardowa związana z rozdzielczością przyrządu wzorcowanego, gdy odczyt jest bezpośrednio z przyrządu [%rh], którą wyliczymy stosując wzór:

$$u_6 = \frac{\text{rozdzielczość}}{2 * \sqrt{3}}$$

” W praktyce metrologicznej stosujemy 3 rodzaje niepewności, przy czym na świadectwie wzorcowania podaje się tylko niepewność rozszerzoną.

Symbol wielkości	Estymata wielkości	Niepewność standardowa	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik wrażliwości	Udział w złożonej niepewności standardowej
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$rh_{sr.k.}$	10,3 % rh	0,0100 % rh	normalny	-1	-0,0100 % rh
$\delta rh_{u.k.}$	0,0 % rh	0,3500 % rh	normalny	-1	-0,3500 % rh
$\delta rh_{dr.k.}$	0,0 % rh	0,2887 % rh	prostokątny	-1	-0,2887 % rh
$\delta rh_{o.k.}$	0,0 % rh	0,0866 % rh	prostokątny	-1	-0,0866 % rh
$\delta rh_{r.k.}$	0,0 % rh	0,1155 % rh	prostokątny	-1	-0,1155 % rh
$rh_k$	10,3 % rh				
$rh_{sr.s.}$	11,6 % rh	0,0153 % rh	normalny	1	0,0153 % rh
$\delta rh_{o.s.}$	0,0 % rh	0,0866 % rh	prostokątny	1	0,0866 % rh
$rh_s$	11,6 % rh				0,4843 % rh
$\Delta rh$	+1,3 % rh				

**Tabela 1**  
Przykładowa tabela przedstawiająca analizę niepewności pomiaru dla zadanej wilgotności = 10%rh

$u_7$  – niepewność standardowa związana z rozrzutem wskazań przyrządu wzorcowanego, gdy odczyt jest bezpośrednio z przyrządu [%rh], którą można wyliczyć ze wzoru:

$$S(u_7) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - x_i)^2}{n(n-1)}}$$

gdzie:

$S(u_7)$  – jest odchyleniem kwadratowym średniej,

$x_{i,k}$  – jest wynikiem pojedynczego pomiaru wielkości  $x_i$ ,

$x_i$  – jest wartością średnią n pomiarów.

Powyższe wzory zostały opracowane o wytyczne przedstawione w dokumencie „EA-4/02 Ocena niepewności pomiaru przy wzorcowaniu”. W oparciu o te dane wyjściowe z dokumentu opracowano równanie pomiaru i niepewność dla wilgotności.

*calibration and measurement capability*). Jest to tzw. zdolność pomiarowa oznaczająca najlepszą niepewność, jaką można uzyskać w danym laboratorium czy w danej jednostce zajmującej się pomiarami, przy określonym zakresie pomiarowym. Na przykładzie z wyliczeń zdolność pomiarowa naszego laboratorium wynosi:

$$CMC = 2 * 0,4843 \%rh \approx 0,9686 \%rh \approx 1,0 \%rh$$

W omawianym powyżej przykładzie wyliczenia niepewności, otrzymaliśmy niepewność rozszerzoną w przybliżeniu 1,0 %rh, które można uznać za nasze CMC. Jednakże w naszym laboratorium niepewność rozszerzona została zwiększona i przyjęta na poziomie 1,5%rh, gdyż zawiera w sobie tzw. margines bezpieczeństwa. To tak na wszelki wypadek jakby wzrosła niepewność rozszerzona w związku ze zmianą składowych w czasie poszczególnych niepewności standardowych podczas wzorcowania.

„Nie wyznaczając niepewności ryzykujemy tym, że wyniki wzorcowania mogą być zinterpretowane niezgodnie ze stanem faktycznym.



### ZDOLNOŚĆ POMIAROWA LABORATORIUM

Każde akredytowane laboratorium wzorcujące na świadectwie wzorcowania podaje CMC (ang.



### NIE TYLKO DLA LABORATORIÓW

Niniejszy artykuł i wyliczenia w nim zawarte na pierwszy rzut oka wydają się skomplikowane. Jest to pozorna trudność. Każdy kto kilka razy wykona równanie pomiaru i określi niepewność jednego urządzenia szybko nabierze wprawy i będzie to wykonywał niemal automatycznie. Należy przy tym podkreślić, że niepewność pomiaru nie stosują tylko laboratoria wzorcujące i badawcze, ale dobra praktyka metrologiczna wskazuje, że powinna być ona wyznaczana przez wszystkich, którzy zajmują się pomiarami. Parametr ten jest bowiem niezbędny aby wiarygodnie przedstawić wyniki. Nie wyznaczając niepewności ryzykujemy bowiem tym, że wyniki wzorcowania mogą być zinterpretowane niezgodnie ze stanem faktycznym. Możemy uznać po prostu, że dane urządzenie mierzy poprawnie, mimo, iż jest odwrotnie.

Źródła:  
[www.pca.gov.pl](http://www.pca.gov.pl)  
[www.gum.gov.pl](http://www.gum.gov.pl)  
[www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)  
[www.bipm.org](http://www.bipm.org)



Rysunek 3  
Generator wilgotności HUMOR 10